

Mots, significations, notations : des entrées diversifiées pour un changement de regard en cours de mathématiques.

Le développement des compétences langagières chez les élèves en mathématiques sont multiples et complexes et se déclinent autour de deux enjeux principaux. D'une part, le travail sur la maîtrise du vocabulaire spécifique ne doit pas inhiber une prise de parole en continu de l'élève. D'autre part, dans la perspective d'un accès immédiat aux notions, l'emploi d'un vocabulaire « courant » doit conduire avec soin aux exigences liées à la rigueur et à la formalisation. Cela est le principe même de l'abstraction en mathématiques.

Les mathématiques, dont le langage est universel, sont exprimées dans différentes langues dont le vocabulaire est influencé par le contexte culturel et avec des structures grammaticales propres. « Exprimer les mathématiques » ne se fait pas de la même façon partout dans le monde. Se confronter avec des pratiques langagières diverses en mathématiques (y compris en termes de notation et de formalisation) permet le développement du regard critique envers nos pratiques enseignantes et peut donner des pistes pour se positionner par rapport au questionnement initial.

Cet article propose plusieurs exemples de pratiques langagières d'autres pays organisées par thématique : lexicale, formelle, symbolique tout en gardant un regard attentif aux éventuelles retombées positives dans la classe.

Plan de l'article

Un enrichissement du lexique francophone...

....au service d'une meilleure compréhension des notions

- Autour des fractions
- Figures symétriques et symétrie d'une figure

Des nuances, dans le secondaire, qui existent dans le lexique francophone mais pas dans toutes les langues

- Fonctions affines et linéaires
- Milieu et centre
- Preuve et démonstration
- Extrait du Bulletin officiel (n°30 publié le 26 juillet 2018)

Des mots « évocateurs »

- Forme canonique ou « forme au sommet »
- Médiatrice
- Raison d'une suite

Par le symbolisme

Et comme sous ensemble le codage

Par les dénominations

- Le triangle de Pascal, de Tartaglia, de Khayyam, de Yang Hui
- L'exemple du « théorème de Thalès »
- Les deux théorèmes d'Euclide et les ratios

L'influence de Bourbaki dans le monde et en France

Vers un contrat « gagnant-gagnant » ...

Pour aller plus loin : interculturelité et mathématiques (morceaux choisis et librement adaptés)

Sources et bibliographie

Un enrichissement du lexique francophone...

....au service d'une meilleure compréhension des notions

- **Autour des fractions**

En Allemagne l'écriture sous la forme d'une fraction d'un nombre rationnel est appelée « gemeiner Bruch ». Celle-ci peut être qualifiée de « echter Bruch » ou de « unechter Bruch » selon que son numérateur est respectivement inférieur ou supérieur à son dénominateur. Dans ce dernier cas, les Allemands privilégieront la notation sous la forme d'un entier suivi d'un « rompu » qualifié outre-Rhin de « gemischte Schreibweise », écriture mixte.

• **Umwandlung gemischter Bruchzahlen ↔ Unechte Brüche**

• Beispiel : $1 \frac{2}{3} \leftrightarrow \frac{5}{3}$

1 $\frac{a}{b}$ 2 $\frac{a}{b}$ 3 $\frac{a}{b}$ $\frac{a}{b}$ $\frac{a}{b}$ $\frac{a}{b}$

SHIFT d/c 1 2 3.

SHIFT d/c 5 3.

SHIFT d/c 1 2 3.

(a^b/c): Gemischter Bruch
(d/c): Unechter Bruch

Cette même écriture se retrouve en anglais sous le nom de Mixed Numbers. Des exemples de panneaux signalétiques permettent de mettre en place des activités d'analyse à partir de documents ancrés dans le réel.



Du point de vue didactique, proposer cette écriture aux élèves permet d'une part d'approfondir les différentes écritures d'un nombre et d'autre part de travailler les notions de quotient (« combien de fois le dénominateur dans le numérateur » dans le cas d'une fraction impropre) et de « vision-partage ».

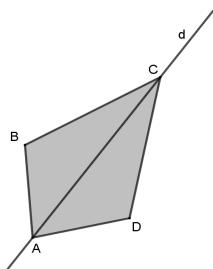
En effet, le fait d'extraire la partie entière permet de mieux saisir le fait que les fractions peuvent s'intercaler entre deux entiers consécutifs (quitte à procéder à leur positionnement effectif sur la droite numérique), et de renforcer par-là le passage de la conception initiale (cycle 3) de la « vision-partage » à celle (cycle 4) de « vision-nombre ».

- **Figure symétrique et symétrique d'une figure**

En 6^e, on dit qu'une figure admet un axe de symétrie lorsqu'elle se superpose à elle-même par pliage le long de cet axe. On dira que la figure est symétrique par rapport à cet axe (voir situation 1).

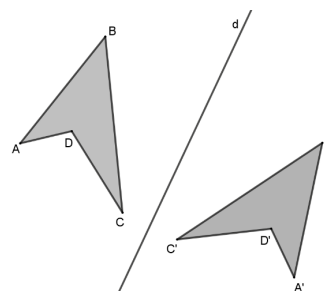
Plus tard les élèves auront à construire le symétrique d'une figure et obtiendront alors deux figures symétriques par rapport à un axe (voir situation 2).

Situation 1



Le quadrilatère ABCD est symétrique par rapport à la droite (d).

Situation 2



Les quadrilatères ABCD et A'B'C'D' sont symétriques par rapport à la droite (d).

La situation 1 est un cas particulier de la situation 2 (la figure et son symétrique sont confondus) et est vue comme telle. Utiliser le biais d'une langue, à l'instar de l'allemand, qui fait le distinguo peut permettre de lever les malentendus :
de la situation 1 (achsensymmetrisch)...

Eine Figur heißt **achsensymmetrisch** zur Achse a, wenn sie bei der Achsenspiegelung an der Achse a auf sich abgebildet wird.
Die Spiegelachse heißt dann **Symmetrieachse**.

... à la situation 2 (spiegelbildlich)

3
Zeichne Original, Spiegelachse und Spiegelbild mit freier Hand.

a) b) c)

6
Spiegle jeweils das Dreieck an der Spiegelachse g.

a) b) c) d)

12
Spiegle die Figur an der Spiegelachse g. Was erkennst du, wenn du Original- und Bildfigur zusammen betrachtest?

Et donc en allemand, nous dirions :

Situation 1	Situation 2
Das Viereck ABCD ist achsensymmetrisch zur Achse d.	Das Viereck A'B'C'D' ist das Spiegelbild vom Viereck ABCD an der Achse d. ODER Die Vierecke ABCD und A'B'C'D' sind spiegelbildlich .

Pour résumer :

	Situation 1	Situation 2
français	symétrique	
allemand	achsensymmetrisch	spiegelbildlich

Cette différence lexicale se retrouve aussi fréquemment en anglais dans l'enseignement primaire ou secondaire comme si l'on évoquait deux notions géométriques distinctes : *line of symmetry* ... qualifie ainsi l'axe de symétrie d'une figure seule tandis que la transformation opérée nommée *reflection* n'apparaît qu'avec deux figures distinctes désignées sous les termes de *reflected images* ou *mirror images*.

L'approche anglo-saxonne et germanique, sous couvert d'un distinguo sur la propriété d'un objet géométrique et l'association de deux figures distinctes peut sembler plus naturelle (car exhaustive ?) mais questionne sur le plan didactique. On peut prêter au français, sur ce point précis, un accès plus direct à la rigueur mathématique, en mettant en parallèle une convergence lexicale et l'unicité de la transformation qui apparaît dans ce contexte.

Une analyse plurilingue sur ce propos pourrait ainsi permettre de lever une ambiguïté sur le sens commun de ces situations pour les élèves et de donner un relief didactique tout à fait pertinent à un enseignement de la symétrie axiale en fin de cycle 3.

Des nuances, dans le secondaire, qui existent dans le lexique francophone mais pas dans toutes les langues

- Fonctions affines et linéaires

Die **lineare Funktion** ist eine Funktion, deren Funktionsgraph eine Linie ist. Etwas mathematischer ausgedrückt, heißen diese Linien Geraden. Eine lineare Funktionsgleichung sieht allgemein so aus:

$$f(x) = m \cdot x + b.$$

Anstelle von $f(x)$ können wir auch y schreiben:

$$y = m \cdot x + b.$$

Les Allemands ne possèdent que le mot « linéaire » pour désigner l'ensemble des fonctions affines, et ne disposent ainsi pas d'un nom spécifique pour celles que nous appelons « linéaires ». Cette "simplification" se retrouve dans tout le monde anglo-saxon (linear functions en anglais). Cet exemple permet également de mettre en lumière l'appellation d'une fonction par le nombre $f(x)$. Dans plusieurs pays européens, l'écriture $f(x)$ désigne aussi bien la fonction f que l'image de x par f comme le montre le début de ce sujet issu du Baccalauréat italien 2019 de la filière scientifique :

PROBLEMA 1

Si considerino le seguenti funzioni:

$$f(x) = ax^2 - x + b$$

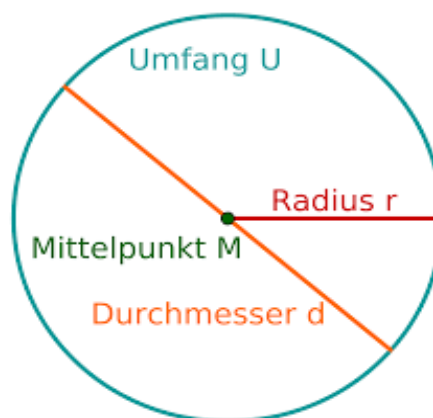
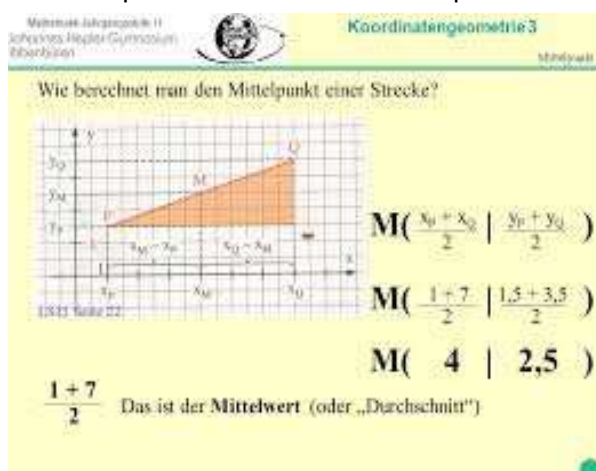
$$g(x) = (ax + b)e^{2x-x^2}.$$

- Provare che, comunque siano scelti i valori di a e b in $\mathbb{R}$ con $a \neq 0$, la funzione g ammette un massimo e un minimo assoluti. Determinare i valori di a e b in corrispondenza dei quali i grafici delle due funzioni f e g si intersecano nel punto $A(2, 1)$.

Ici, les désignations d'une fonction par son nom f ou par l'image de x c'est-à-dire $f(x)$ cohabitent. On remarque aussi l'absence des ensembles de définition des fonctions proposées, absence qui peut s'expliquer par l'habitude des élèves italiens à les déterminer de façon spontanée sans que cela ne soit demandé explicitement. L'étude d'une fonction comprend la détermination de son ensemble de définition, étape qui n'est plus demandée aujourd'hui en France dans les sujets de baccalauréat, la fonction étant donnée avec son de définition.

- Milieu et centre

De même, les mots « milieu » et « centre », fréquemment objet de confusion chez les élèves, sont dénommés en allemand pour le même mot : Mittelpunkt.



À noter que les Allemands « calculent » le milieu d'un segment alors que l'on demandera en France de calculer les coordonnées du milieu d'un segment.

- **Preuve et démonstration : der Beweis en allemand ou the proof en anglais**

Là où les langues anglo-saxonnes possèdent un seul mot, à l'instar de « proof » en anglais et de « Beweis » en allemand, le français a recours aux mots « preuve » et « démonstration » en lien avec l'action de raisonner. Cette richesse lexicale permet de décrire avec finesse deux étapes dans le raisonnement mathématique, tel que décrit dès le préambule des programmes de 2008 pour le collège :

« [...] deux étapes doivent être clairement distinguées : la première, et la plus importante, est la recherche et la production d'une preuve ; la seconde, consistant à mettre en forme la preuve, ne doit pas donner lieu à un formalisme prématuré. En effet des préoccupations et des exigences trop importantes de rédaction risquent d'occulter le rôle essentiel du raisonnement dans la recherche et la production d'une preuve. C'est pourquoi il est important de ménager une grande progressivité dans l'apprentissage de la démonstration et de faire une large part au raisonnement, enjeu principal de la formation mathématique au collège. »

On distingue le raisonnement – constitué de la recherche, de la découverte et de la production d'une preuve – de la démonstration formalisée qui est la forme aboutie – structurée sous forme déductive et rédigée – de ce raisonnement.

Dans le même esprit, le document ressource d'accompagnement « Raisonner », https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences_travaillees/83/6/RA16_C4_MATH_raisonner_547836.pdf, publié à l'occasion des programmes applicables à la rentrée scolaire 2016 rappelle que « démontrer », c'est « donner à voir » les différentes étapes d'un raisonnement qui aboutit par la présentation, rédigée sous forme déductive, des liens logiques qui la sous-tendent. Ce distinguo permet de mettre l'accent sur la nécessité de séparer les tâches de résolution du problème (recherche et obtention d'éléments de preuve) de celle de la rédaction formalisée de la démonstration qui permet la communication du raisonnement.

Extrait du bulletin officiel n°30 du 26-7-2018 : « La formation au raisonnement et l'initiation à la démonstration sont des objectifs essentiels du cycle 4. [...] La pratique régulière et équilibrée de ces différentes activités en classe et en dehors de la classe permet de développer six compétences spécifiques, qui sont les composantes majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer. »

Des mots « évocateurs »

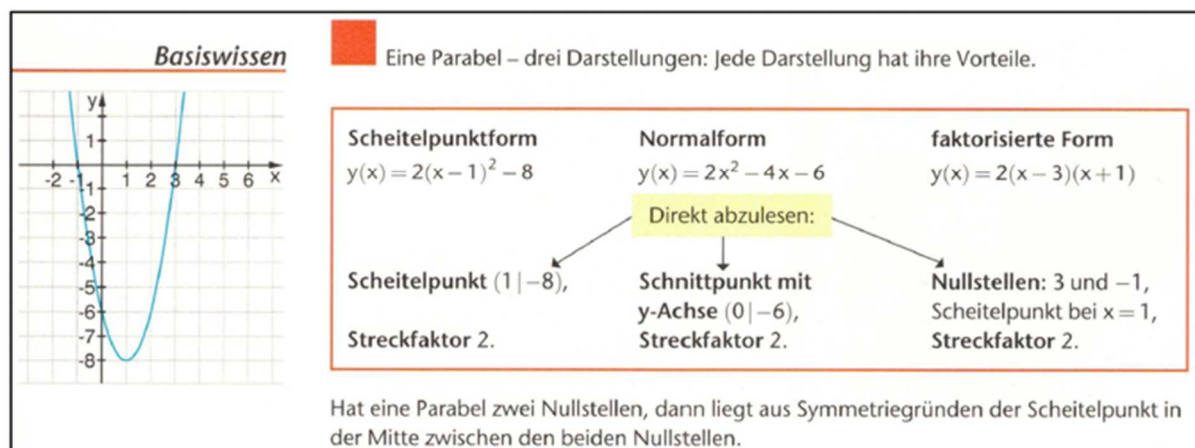
- **Forme canonique ou « forme au sommet »**

La forme appelée en français « canonique » d'une expression du second degré est nommée respectivement en allemand et en anglais par « Scheitelpunktform » ou « vertex form ». Ces dénominations signifiant toutes les deux littéralement « forme au sommet » mettent l'accent sur ce que cette forme permet de lire directement : les coordonnées du sommet de la parabole qui représente graphiquement la fonction du second degré associée. L'emploi du lexique anglophone ou germanique permet de mettre en lien le registre algébrique et le registre géométrique de façon signifiante.

b Der Graph einer quadratischen Funktion der Form $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$ ist eine verschobene Normalparabel, deren Scheitelpunkt die Koordinaten $S(x_s | y_s)$ hat.

- x_s zeigt die Verschiebung in Richtung der x -Achse.
- y_s zeigt die Verschiebung in Richtung der y -Achse.
- a bestimmt die Form und Öffnungsrichtung der Parabel.

Da man in dieser Funktionsgleichung die Koordinaten des Scheitelpunkts direkt ablesen kann, heißt sie **Funktion in Scheitelpunktform**.



- **Médiatrice**

Dans le plan, l'ensemble des points équidistants des extrémités d'un segment possède, suivant les langues, une dénomination éclairant, par son étymologie, une façon caractéristique de le construire :

- En français : « Médiatrice » de médium milieu avec le suffixe « atrice » désignant une action.
- En allemand : « Mittelsenkrechte », autrement dit « perpendiculaire du milieu ».
- En anglais : « Perpendicular bisector » de bisect en latin couper en deux.
- En italien : « Asse di un segmento » l'axe de symétrie d'un segment.

Faire référence à des exemples de ce type au moment de la phase de Bilan/Synthèse d'un cours de mathématiques en français permet aux élèves de mémoriser la notion en déployant plusieurs compétences de mémorisation.

- **Raison d'une suite**

La présence du procédé géométrique dans la nomenclature, s'étend aux procédés algébriques. C'est le cas de la dénomination du mot « raison » qui, en anglais, n'est pas le même suivant le caractère arithmétique ou géométrique de la suite. En effet, on parle de « common difference » pour la raison de la suite arithmétique et de « common ratio » pour la raison de la suite géométrique.

Construire une appellation à partir d'un procédé mathématique est une démarche potentiellement riche de retombées didactiques pour la classe : l'explicitation de cet exemple en cours en langue française peut être une inspiration pour la mise en place d'activités visant la reformulation et la construction d'énoncés.

Par le symbolisme

Tout comme le vocabulaire, le symbolisme en mathématique se décline en plusieurs modalités suivant les langues et les cultures.

La géométrie constitue un domaine où les variantes de notation sont notables.

En allemand on désigne le segment d'extrémités A et B, la droite passant par A et par B et demi-droite d'origine A passant par B par :

$\overline{AB}$	Strecke mit den Endpunkten A und B
$\overleftrightarrow{AB}$	Gerade durch die Punkte A und B
$\overrightarrow{AB}$	Strahl

Tandis qu'en français :

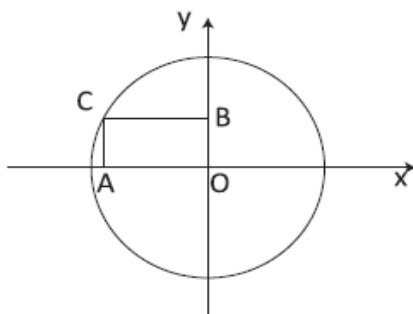
[AB] segment

(AB) droite

[AB) demi-droite

Voici un exemple en italien où on constate l'utilisation d'une même notation pour désigner deux objets différents : AB indique une droite ou un segment.

DUE PUNTI DISTINTI A e B INDIVIDUANO una SOLA RETTA, la retta AB



Qual è la lunghezza del segmento AB?

Ces exemples laissent penser que c'est le contexte qui détermine implicitement l'objet dont on parle. L'importance de l'énoncé, dans son statut de *milieu* selon Brousseau, serait alors centrale ; sa compréhension, indépendante d'une codification universelle, passe par la signification du contexte mathématique dans lequel on travaille plus que par l'analyse des notations.

Il est donc possible d'imaginer une activité de décryptage d'un énoncé en LVE pour travailler et renforcer la notation (et la rigueur) en langue française.

Les différences de notation en géométrie se retrouve également en algèbre. La notation (a; b) désigne l'intervalle ouvert d'extrémités a et b en lieu et place de]a; b[en Français.

Voici deux exemples en allemand :

Angles	Coordonnées d'un vecteur
Winkel α $= \sphericalangle (p, q)$ $= \sphericalangle BSA$	$A = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ $\vec{AB} = B - A = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Dans le dernier cas, nous pouvons constater une certaine liberté que nous autorisons en France uniquement dans les études supérieures pour faire le lien entre les géométries, vectorielle et affine.

Ecriture des nombres décimaux

Dans un autre champ mathématique, on peut remarquer une différence dans l'écriture des nombres.

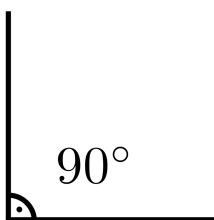
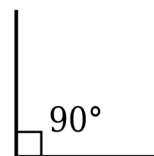
1 003 unités et une demi-unité par exemple se notera en France 1 003,5 la virgule séparant les unités des dixièmes d'unité et dans les pays anglo-saxons 1 003.5 la virgule étant remplacée par un point.

Et comme sous-ensemble le codage

Le langage mathématique utilise des artefacts pour traduire visuellement des propriétés mathématiques, c'est ce que l'on appelle le codage des figures.

Le codage de l'angle droit diffère d'une langue à l'autre.

En France et dans les pays anglo-saxons, on codera l'angle droit de la façon suivante :



En Allemagne, le codage est différent :

Le codage permet de travailler facilement l'expression orale quelle que soit la langue utilisée.

Par les dénominations

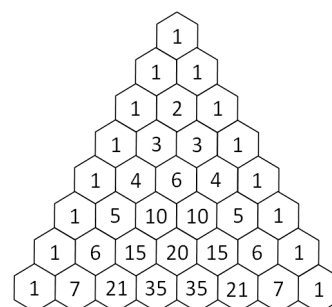
L'histoire des dénominations de théorèmes et de résultats majeurs est parfois surprenante et, probablement, liée à des intentions de célébration de mathématiciens célèbres dans les différents pays. C'est à la fois un enjeu culturel mais aussi, historiquement, de prédominance dans le domaine scientifique.

En voici quelques exemples.

- **Le triangle de Pascal / de Tartaglia en Italie/ de Khayyam en Perse/ de Yang Hui en Chine**

Le célèbre triangle que l'on appelle en France et dans le monde anglo-saxon le triangle de Pascal porte le nom d'autres mathématiciens célèbres selon les pays :

- Tartaglia en Italie
- Khayyam en Perse
- Yang Hui en Chine

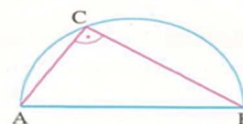


- **L'exemple du « théorème de Thalès »**

En allemand (et similairement en anglais)

Satz des Thales

Wenn der Punkt C eines Dreiecks ABC auf dem Halbkreis über der Strecke $\overline{AB}$ liegt, dann ist das Dreieck rechtwinklig mit γ als rechtem Winkel und $\overline{AB}$ als Hypotenuse.



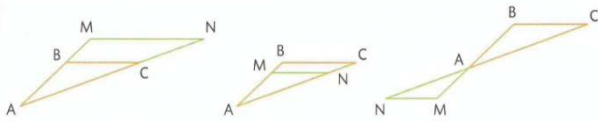
Ce théorème correspond en France à la propriété du « triangle inscrit dans un demi-cercle » (sous-entendu « dont un des côtés est diamètre de ce cercle ») et n'a pas de dénomination.

A contrario, le théorème de Thalès en France diffère et ne porte pas toujours de nom dans d'autres langues.

Pour un Français...

a. Théorème de Thalès

Le théorème de Thalès est un cas particulier d'homothétie dans un triangle, homothétie ayant pour centre un des sommets du triangle.



Dans les trois configurations de Thalès ci-dessus, les droites (BC) et (MN) sont parallèles et le triangle AMN est un agrandissement ou une réduction du triangle ABC.

PROPRIÉTÉ

ABC est un triangle.
Si M appartient à la droite (AB) et N à la droite (AC),
et si (AB) parallèle à (MN),
alors les côtés des triangles ABC et AMN ont des longueurs proportionnelles.

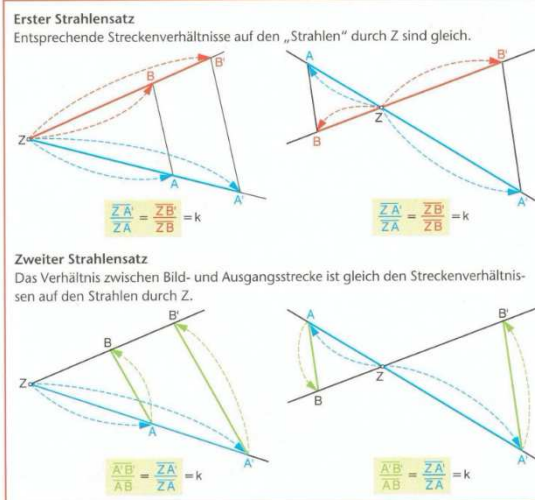
Cette propriété peut s'exprimer :

* en utilisant un tableau de proportionnalité

Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

* à l'aide de quotients : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.

... alors qu'en Allemagne ce sont les « Strahlensätze »



Remarque : au vu du symbolisme utilisé, les Allemands n'hésitent pas à écrire le « quotient de segments » plutôt que de leurs longueurs.

Une dénomination donnée peut donc ne pas faire référence à la même propriété.

Cela :

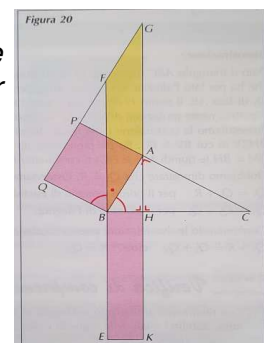
- met en avant le caractère parfois relatif de certaines dénominations ;
- doit être pris en compte auprès d'élèves dont le parcours est au croisement de pays concernés par cette variabilité dans un souci d'éviter des confusions.

• Les deux théorèmes d'Euclide et les ratios

Dans les programmes italiens, les deux "Théorèmes d'Euclide" correspondent aux deux résultats suivants que l'on retrouve dans les *Éléments*.

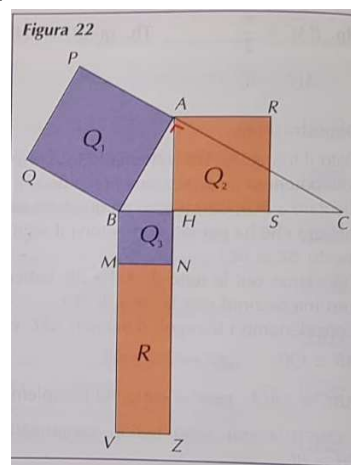
1. Dans un triangle rectangle l'aire du carré de chaque côté est égale à l'aire du rectangle ayant pour dimensions la longueur de l'hypoténuse et celle de la projection dudit côté sur l'hypoténuse.

Teorema (I di Euclide). In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo avente per lati l'ipotenusa e la proiezione di quel cateto sull'ipotenusa.



2. Dans un triangle rectangle l'aire du carré de la hauteur relative à l'hypoténuse est égale à l'aire du rectangle ayant pour dimensions les longueurs des projections des côtés sur l'hypoténuse.

Teorema (II di Euclide). In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo avente per lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.



Euclide utilise ses résultats pour prouver le théorème de Pythagore.

Les élèves italiens les exploitent dans des exercices mettant en jeu les ratios. On a alors les reformulations suivantes.

1. Dans un triangle ABC rectangle en A chaque côté est la moyenne proportionnelle de l'hypoténuse et de sa projection sur l'hypoténuse. $BC:AC = AC:HC$ (H pied de la hauteur issue de A).

2. Dans un triangle ABC rectangle en A la hauteur issue de A est la moyenne proportionnelle des projections des côtés sur l'hypoténuse. $BH:AH = AH:HC$

Ces notions constituent une partie très importante du programme de géométrie de Seconde. Le théorème de Thalès, en revanche, est très peu travaillé.

L'influence de Bourbaki dans le monde/en France

Le langage mathématique a été fortement influencé par l'idéologie bourbakiste en France comme à l'étranger. Les mathématiques « modernes » doivent leur existence dans l'enseignement français à l'aura des membres du collectif Bourbaki dont l'origine remonte à décembre 1934 au café « Capoulade » (cf Article Michèle Audin « Nicolas Bourbaki, un mathématicien auvergnat ? » irma.math.unistra.fr/~maudin/BourbakiAuvergne.pdf tome 1 « Des mathématiques en Auvergne » Alliance Universitaire d'Auvergne et dans le même ouvrage Article d'Alexandre Vialatte (1901-1971) Le Français Bourbaki, le plus grand mathématicien du monde, n'existe pas.) Le groupe Bourbaki a, entre autre, vulgarisé l'utilisation de symboles pour simplifier le discours mathématique.

Wikipédia

Ce que les mathématiques doivent à Bourbaki est essentiellement :

- un style, une façon d'écrire les mathématiques ;
- la vulgarisation en France des symboles $\forall$ et $\exists$ (l'un venant de [Gentzen](#) et l'autre de [Peano](#)) ;
- la vulgarisation du symbole $\emptyset$ introduit par André Weil et Claude Chevalley^h ;
- l'utilisation des symboles $\Leftarrow$, $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$ en logique ;
- la vulgarisation du [lemme de Zorn](#) ;
- les notions de [structure](#) et de [problème universel](#) ;
- la vulgarisation du symbole $\otimes$ pour désigner le [produit tensoriel](#) et l'introduction du terme « [algèbre multilinéaire](#) » ;
- les termes [partition](#), [surjectif](#), [injectif](#), [boule](#), [noethérien](#), [artinien](#), [factoriel](#) ;
- la vulgarisation des notions de « [filtre](#) » et d'« [ultrafiltre](#) » ;
- le terme « [forme sesquilinéaire](#) »²³ ;
- l'introduction des termes « chambre » et « appartement » en théorie des [immeubles](#) de [Tits](#) et l'introduction des *BN-paires* en théorie des [groupes de Lie](#)²⁴ ;
- une certaine attention à l'[histoire des mathématiques](#) développée dans quelques « notes » accompagnant la parution des *Éléments*²⁵.

On est redevable à Bourbaki d'un travail de clarification des concepts, de précision dans la formulation, d'une recherche — parfois aride — de structure, de classification systématique et exhaustive des mathématiques.

Vers un contrat « gagnant-gagnant » ...

La comparaison de l'expression des Mathématiques dans plusieurs langues est un axe de « Développement des pratiques professionnelles » pour l'enseignement des Mathématiques. Elle est déjà une logique attendue des enseignements en D.N.L. et, par percolation, a vocation à investir le champ des cours de Mathématiques en langue française.

Ainsi, la mise en perspective des lexiques francophones et étrangers peut venir enrichir les points de vue des élèves et leur permettre de mieux appréhender les notions mathématiques en jeu. Le renforcement du sens par différentes approches culturelles et linguistiques est un levier didactique que cet article s'est efforcé d'illustrer.

Co-auteurs de cet article : Luca Agostino, Fabrice Destruhaut, Agnès Duranthon, Nicolas Gendreau

Pour aller plus loin :

Interculturalité et mathématiques

Morceaux choisis, compilés et librement adaptés à partir de :

[1] Guide pour le développement et la mise en œuvre de curriculums pour une éducation plurilingue et interculturelle

[2] Guide pour l'élaboration de curriculums et pour la formation des enseignants. Les dimensions linguistiques de toutes les matières scolaires

[3] Eléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement / apprentissage des mathématiques (en fin de scolarité obligatoire). Une démarche et des points de référence

[4] Les clés du Cadre. Enjeux et actualité pour l'enseignement des langues aujourd'hui

[5] Journées Plurimaths, « mathématiques et plurilinguisme » du 3 au 5 décembre 2020, et en particulier la conférence 2 - Jeudi 3 décembre 2020 - Communauté discursive disciplinaire scolaire, positionnement énonciatif, secondarisation des discours et construction des savoirs à l'école - *Maryse REBIERE, Martine JAUBERT*

D'après [5], **une discipline constitue une unité discursive**. S'approprier les modes d'expression spécifique à chaque discipline, c'est prendre de la distance par rapport au langage quotidien. Ce processus, qualifié de « disciplinarisation » ou de « secondarisation » du langage, consiste à transformer le rapport des élèves au langage et au monde pour décrire ce dernier, à l'instar du passage du mot « trait » au mot « segment » ou du mot « rond » au mot « cercle » en mathématiques. Dans le genre second on a une reconstruction qui s'inscrit dans un monde spécialisé, donc ses discours sont peu impliqués. Tout est reconstruit linguistiquement, transmutant les genres premiers, comme le récapitule le tableau suivant :

Genre premier	Genre second
Tributaire de l'action	Reconfigure l'action
Dans la dynamique de l'échange	Mise à distance
Monde du quotidien	Monde « spécialisé »
Immédiateté	Médiation sémiotique
Impliqué : ancrage dans l'ici et maintenant	Non impliqué : données reconstruites linguistiquement

Les énoncés de savoir relève de « genre second ». Donc construire l'objet mathématique consiste à associer un réseau de savoirs à de nouvelles pratiques et donc à des points de vue nouveaux. À l'école les élèves s'engagent dans un **processus de secondarisation** pour que leur langage s'ajuste aux manières de dire des disciplines selon une **langue de scolarisation**. Pour l'enseignant, l'enjeu consiste à calibrer un discours « intermédiaire » afin qu'il soit accessible à tous. Au moyen de reformulations consistant à pointer un élément nouveau dans la signification qu'on veut partager, on fait déplacer notre interlocuteur en l'incitant à modifier sa position.

Ainsi pour les mathématiques, le langage, au centre du triptyque « Manipuler, **verbaliser**, abstraire » aide à construire les notions. À ce sujet, il est précisé dans le préambule des programmes de cycle 4 pour cette discipline que « pour certains élèves, l'accès à l'abstraction ne peut se faire que s'il est précédé par deux phases intermédiaires : celle de la **manipulation**, puis celle de la **verbalisation** (mise en mots) ou de la **représentation** (mise en images) » puis que « la mise en mots (par oral ou par écrit) dans le langage courant, véritable moyen de développer sa pensée, aide à la compréhension, à la mémorisation et à la routinisation de connaissances et de procédures. En parallèle et en complément, la constitution d'un répertoire d'images mentales est un autre atout pour la mémorisation ».

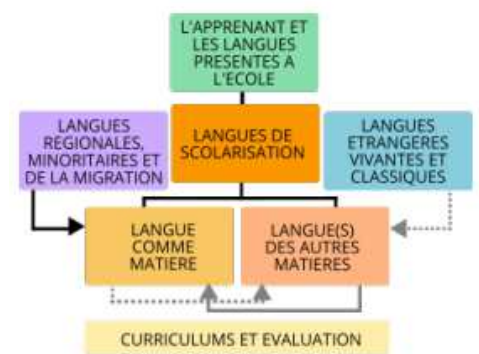
De nouveau d'après [5], en complément des variations au sein d'une langue, **le processus de secondarisation peut être enrichi par les modulations entre plusieurs langues**. Des activités qui permettent le transfert des

langues constituent un terreau riche en ce sens. Les langues deviennent ainsi des ressources au service de l'apprentissage. La prise en compte de la dimension linguistique et communicationnelle révèle deux enjeux majeurs touchant cette discipline au service de l'échange de points de vue et au-delà du langage symbolique spécifique aux mathématiques :

- D'après [2, page 70], **l'évolution de la pédagogie des mathématiques, d'une approche principalement formelle fondée sur la technique à une approche de résolution de problèmes** davantage axée sur la culture disciplinaire. Cette dernière peut être vue comme « la capacité d'identifier et de comprendre les divers rôles joués par les mathématiques dans le monde, de porter des jugements fondés à leur propos, et de s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences que rencontre l'individu dans sa vie, en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi » (Linneweber-Lammerskitten 2012). **Afin de mieux cerner l'activité mathématique dans le cadre de la résolution de problèmes, il peut être utile de préciser des différentes** composantes sous la forme de compétences partielles, à l'instar des six que mentionnent les programmes français du cycle 2 au lycée : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner, communiquer. Il apparaît dès lors clairement que la compétence langagière selon ses deux aspects, linguistique et communicationnel, fait partie intégrante des normes éducatives en mathématiques à travers une langue de scolarisation à maîtriser quant à ses dimensions lexicales et discursives. Ce sont à la fois des préalables et le résultat d'une acquisition réussie des compétences mathématiques. Elle est un préalable à l'acquisition des compétences mathématiques.
- D'après [1, page 87], l'apprentissage par **la médiation** qui peut être définie comme « toute opération, tout dispositif, toute intervention qui, dans un contexte social donné, vise à réduire la distance entre deux (voire plus de deux) pôles altéritaires qui se trouvent en tension l'un par rapport à l'autre » (Conseil de l'Europe). Ainsi « la médiation est omniprésente dans l'action de l'enseignant : permettre aux élèves de s'approprier des contenus nouveaux par le biais de reformulations et d'explicitations (médiation cognitive). L'importance, dans cette perspective, d'une prise en compte réelle de la dimension langagière de la médiation n'est que plus grande, que ce soit dans la langue de scolarisation, dans une autre langue pour le cas de dispositifs de type bilingues ou encore permettant aux apprenants de mobiliser leurs ressources dans une ou d'autres, y compris des langues d'origine, pour accéder à de nouvelles connaissances ».

Focale : Qu'entend-on par langue de scolarisation ?

D'après [4], à l'appui du schéma ci-contre, issu du portail des politiques linguistiques du Conseil de l'Europe, le met en évidence, d'une part les langues de scolarisation sont au cœur des expériences de tout apprenant dans son parcours de formation, d'autre part, elles entretiennent des relations multiples avec les autres langues, que ces dernières soient enseignées ou présentes dans le répertoire individuel de l'apprenant. Il convient donc de considérer l'ensemble des « langue(s) de scolarisation » dans toute sa diversité. À ce titre, les enjeux concernant la langue de scolarisation dans les matières scolaires ne doivent pas être confondus avec la maîtrise de la langue utilisée pour les besoins de communication courants. En effet, la maîtrise de cette langue de scolarisation relève bien de son enseignement dans le cadre d'une matière spécifique intégrant des attentes quant aux dimensions discursives et linguistiques. Pour décrire ces dernières, le document [3] (pages 24 à 35), présente un modèle d'aptitudes et de communication propre aux mathématiques, organisé selon les quatre ensembles suivants :



- la **composante stratégique**, comme les moyens utilisés par l'utilisateur pour planifier, exécuter, évaluer et remédier que cela soit en situation de production, de réception ou d'interaction à chaque fois orale ou écrite.
- la **composante discursive**, comme maîtrise des genres de discours, à savoir les formes prises par la communication telle qu'elle s'effectue dans une communauté de communication et une situation donnée.
- la **composante formelle**, vis-à-vis des processus cognitifs déployés au service de la réalisation linguistique et discursive.
- la **composante interculturelle**. À ce sujet dans le cadre d'une immersion bilingue et culturelle, des études relatives par le rapport « Propositions pour une meilleure maîtrise des langues vivantes étrangère – Oser dire le monde (Alex Taylor & Chantal Manes-Bonnisseau) », montrent que, même si au début l'enseignement d'autres matières par le biais d'une langue vivante est plus difficile, l'attention requise augmente l'intérêt et la compréhension du contenu. Les apprenants acquièrent un niveau et

surtout une très grande confiance non seulement dans la langue vivante mais aussi dans la matière enseignée grâce à des croisements interculturels.

Ces composantes sont mobilisées au cours des différentes activités et situations d'apprentissage que présente le document [3] (pages 21 et 22) selon une légende qui n'est pas sans évoquer les activités langagières au Cadre Européen Commun de Référence pour les Langues (CERCL) : R : réception ; P : production ; I : interaction ; M : médiation ; O : Oral ; E : écrit

Exposé de l'enseignant (l'interaction enseignant-apprenant est un exposé monologal) s'appuyant sur des auxiliaires visuels (cartes, schémas, tableaux de données, graphiques, animations par ordinateur, applets, progiciels dynamiques d'enseignement de la géométrie, etc.) (RO, RE, prise de notes PE)	L'interaction enseignant-apprenant est un exposé monologal, enseignement magistral
L'interaction enseignant-apprenant est un exposé dialogique (IO)	L'interaction enseignant-apprenant est un exposé dialogique, dialogue pédagogique, modèle IRE ¹⁰
Les apprenants présentent les résultats du travail fait à la maison en s'appuyant sur des auxiliaires visuels (POE), en comparant leurs résultats (RO, RE), en posant des questions et en y répondant à l'aide d'auxiliaires visuels (IOE).	L'interaction enseignant-apprenant est un exposé monologal, présentations par les élèves

Les apprenants expliquent un concept mathématique, une affirmation, une règle, une méthode, une preuve, etc. aux autres (IOE).	L'interaction élève-élève est un exposé dialogique, exposé par les pairs
Les apprenants lisent le manuel (RE) et résolvent des problèmes (PE) ou travaillent individuellement dans un environnement d'apprentissage (RE et PE).	Travail individuel (résoudre un problème)
Les apprenants travaillent individuellement sur des exercices mathématiques (PE)	Travail individuel (pratique)
Les apprenants explorent intellectuellement une situation mathématique ou vérifient systématiquement une hypothèse (RE, PE).	Travail individuel (exploration)
Collecte d'information (RE et PE : prise de notes).	Travail individuel (collecte d'informations)
Activités menées sous forme de projets (liant diverses compétences) de recherche individuelle, comme inventer de nouveaux problèmes mathématiques (PE) s'écartant de problèmes résolus (RE)	Travail individuel (travail sur un projet individuel, travail créatif)
Les apprenants rédigent un journal d'étude (RE)	Travail individuel (métacognition)
Les apprenants travaillent en interaction avec des camarades dans un groupe (RE, PE, IO, IOE) pour résoudre un problème ou travaillent ensemble dans un environnement d'apprentissage	Travail de groupe (résolution de problèmes)

Les apprenants explorent individuellement une situation mathématique ou vérifient systématiquement des hypothèses (IOE, PE)	Travail de groupe (exploration)
Recherche d'informations : préparer la recherche (IO), réunir l'information (RE, PE : prise de notes), partage des résultats (IOE)	Travail de groupe (préparer la recherche d'information), travail individuel (collecte de l'information)
Présentation des résultats du travail de groupe par les apprenants (PO) à partir de notes, à l'aide de PowerPoint (PO et E), du tableau noir (PO et E), etc., et réponse à des questions (IOE)	Travail de groupe (préparer la présentation), travail individuel (présentation)
Activités menées sous forme de projets (liant diverses compétences) de recherche de groupe (IOE, PO et E)	Travail de groupe (travail sur un projet commun)
Travail d'équipe : concevoir de nouveaux problèmes mathématiques (IO, PE)	Travail de groupe (travail créatif)
Vérifier les résultats et s'interroger sur eux (RE, IO)	Travail de groupe (travail de réflexion)
[...]	

Ces différents types d'activités et de situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques peuvent se décrire plus finement à l'aide des descripteurs que propose le CECRL en adaptant ces derniers aux discours rencontrés plus spécifiquement en mathématiques.

Enjeu d'une immersion bilingue et culturelle

D'après [3], « une des finalités de l'éducation plurilingue et interculturelle, et donc des langues d'enseignement, est d'élargir le répertoire discursif des apprenants (dans les/des langues de leur répertoire de langues) par rapport à leur expérience/compétence première des genres discursifs et de leur donner l'occasion de nouvelles expériences (à travers des textes et documents) de la diversité des cultures et de l'altérité ».

Plus-value pour les enseignants

D'après [4], « le cas de l'enseignement bilingue et des dispositifs d'enseignement d'une matière dans une langue autre que la langue de scolarisation, notamment de type CLIL/EMILE, présente l'intérêt de focaliser l'attention des enseignants et des apprenants sur la dimension linguistique de l'acquisition de compétences et connaissances disciplinaires. Il en va de même pour les dispositifs d'enseignement spécifiques pour les enfants migrants et, pour la France, de l'enseignement du français langue seconde. Il n'est pas rare que des enseignants engagés dans ces dispositifs expliquent que, sur la base de cette expérience, ils n'enseignent plus leur discipline dans la langue dominante de scolarisation de la même façon ». Cela constitue une plus-value indéniable dans l'accompagnement des publics les plus fragiles pour qui l'acquisition de la langue de scolarisation constitue un enjeu majeur. En effet, toujours d'après [4] « ils ne bénéficient pas dans leur environnement immédiat d'une exposition à un usage diversifié de la langue première, plus élaboré du point de vue formel que la simple langue de communication ordinaire ».

Sources et bibliographie



Guide pour le développement et la mise en œuvre de curriculums pour une éducation plurilingue et interculturelle

Ce Guide a été élaboré afin de favoriser la prise en compte globale, explicite et convergente de la langue de scolarisation et des autres langues enseignées et utilisées à l'école ainsi que la valorisation des formes de transversalité qui permettent d'articuler les enseignements langagiers entre eux. Il propose des démarches concrètes en vue de l'élaboration de curriculums, illustrées par des scénarios et d'autres dispositifs.

[Lien d'accès](#)



Guide pour l'élaboration de curriculums et pour la formation des enseignants. Les dimensions linguistiques de toutes les matières scolaires

Document politique et instrument de travail, ce Guide prône la convergence et la cohérence entre les dimensions linguistiques des différentes matières scolaires et propose des ressources pour y parvenir.

[Lien d'accès](#)



De la diversité linguistique à l'éducation plurilingue : Guide pour l'élaboration des politiques linguistiques éducatives en Europe

Ce Guide s'adresse à ceux qui influencent, formulent et mettent en œuvre les politiques linguistiques éducatives à tout niveau. Il propose des approches pour le développement de politiques plutôt que des politiques en tant que telles, et est conçu de manière à prendre en compte les besoins de contextes éducatifs divers. Il est accompagné de 21 Etudes de référence.

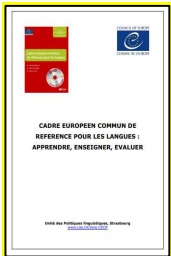
[Lien d'accès](#)



[Éléments pour une description des compétences linguistiques en langue de scolarisation nécessaires à l'enseignement / l'apprentissage des mathématiques \(fin de la scolarité obligatoire\) : une démarche et des points de référence](#), Helmut Linneweber-Lammerskitten

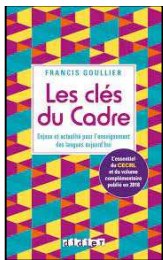


Propositions pour une meilleure maîtrise des langues vivantes étrangères – Oser dire le monde, Alex Taylor & Chantal Manes-Bonnisseau



Cadre Européen Commun de Référence pour les Langues : apprendre, enseigner, évaluer
Conseil de l'Europe

Et son « Volume complémentaire avec de nouveaux descripteurs »



Les clés du Cadre – Enjeux et actualité pour l'enseignement des langues aujourd'hui, Francis Gouillier

Journées Plurimaths, « mathématiques et plurilinguisme » du 3 au 5 décembre 2020
<https://irem.u-paris.fr/journees-plurimaths-du-3-au-5-decembre-2020>

Divers manuels scolaires allemands issus des collections :

- Schnittpunkte, éditions Klett
- Elemente der Mathematik, éditions Schroedel
- Mathematik – Neue Wege, éditions Schroedel
- Schlüssel für Mathematik, éditions Cornelsen
- Mathenetz, éditions Westermann
- Schnell-Merk-System, éditions Duden

Documents-ressources sur Éduscol



[Lien d'accès](#)

Glossaire



Mathématiques et maîtrise de la langue

Exemples de programmes officiels à l'étranger dans les langues employées en illustration de l'article:

- Curricula de Mathématiques des classes du primaire et du secondaire au Royaume-uni en Mathématiques <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study>
- Et pour un Land Allemand, la Basse-Saxe :

--> école :

<https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?skey lev0 0=Dokumentenart&svalue lev0 0=Kerncurriculum&skey lev0 1=Schulbereich&svalue lev0 1=Sek+II&skey lev0 2=Schulform&svalue lev0 2=alle&skey lev0 3 =Fach&svalue lev0 3=Mathematik&fulltextsearch lev0 ov=&skey lev0 0 ov=Dokumentenart&svalue lev0 0 ov=Kerncurriculum&skey lev0 1 ov=Schulbereich&svalue lev0 1 ov=Primarbereich&skey lev0 2 ov=Schulform&svalue lev0 2 ov=alle&skey lev0 3 ov=Fach&svalue lev0 3 ov=Mathematik &p=search>

--> collège :

<https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?fulltextsearch lev0 ov=&skey lev0 1000 ov=Dokumentenart&svalue lev0 1000 ov=Kerncurriculum&skey lev0 1001 ov=Schulbereich&svalue lev0 1001 ov=Sek+II&skey lev0 1002 ov=Schulform&svalue lev0 1002 ov=alle&skey lev0 1003 ov=Fach&svalue lev0 1003 ov=Mathematik&p=search>

--> lycée

: <https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?fulltextsearch lev0 ov=&skey lev0 1000 ov=Dokumentenart&svalue lev0 1000 ov=Kerncurriculum&skey lev0 1001 ov=Schulbereich&svalue lev0 1001 ov=Sek+II&skey lev0 1002 ov=Schulform&svalue lev0 1002 ov=alle&skey lev0 1003 ov=Fach&svalue lev0 1003 ov=Mathematik&p=search>

Et une page de la "Kultusminister Konferenz (KMK)" donnant des lien d'accès aux programmes (pas qu'en mathématiques) des différents Länder : <https://www.kmk.org/dokumentation-statistik/rechtsvorschriften-lehrplaene/uebersicht-lehrplaene.html>

En Italie il n'existe pas de « programme ». Le ministère donne des « indications nationales » pour le collège et des « lignes guides » pour le lycée.

- Collège <http://www.indicazioninazionali.it/wp-content/uploads/2018/08/decreto-ministeriale-254-del-16-novembre-2012-indicazioni-nazionali-curricolo-scuola-infanzia-e-primo-ciclo.pdf> (à partir de la pre 51)
- Lycée https://umi.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2013/10/4_DM_211_10_GU_275_-14_12_10.pdf